

5 Studium rentgenových spekter Mo a Cu anody

9. května 2010

Fyzikální praktikum FJFI ČVUT v Praze	
Jméno: Vojtěch Horný	Datum měření: 15. března 2010
Pracovní skupina: 2	Ročník a kroužek: 2. ročník, pondělí 13:30
Spolupracoval: Jaroslav Zeman	Hodnocení:

Abstrakt

Cílem tohoto měření bylo seznámit se s rentgenovým zářením a jeho detekcí pomocí krystalového spektrometru. Mezi hlavní výsledky patří vyčíslení Planckovy konstanty, kterou se sice podařilo vyčíslit řádově, ale od tabulkové hodnoty se výrazně odlišuje.

1 Úvod

Rentgenové záření, pojmenované po slavném německém fyzikovi Wilhelmu Conradu Röntgenovi, je forma elektromagnetického záření o vlnových délkách 100 pm až 10 nm. Energie záření závisí na vlnové délce nepřímo úměrně, paprsky X jsou tedy vysoce energické. Využívají se zejména při lékařských vyšetřeních, v analytické chemii a v krystalografii.

2 Pracovní úkoly

1. V domácí přípravě vytvořte graf závislosti energie a vlnové délky záření na úhlu rozptylu na krystalu LiF. Vycházejte z tabulkových hodnot h a c , mřížkovou konstantu krystalu berte jako $d = 201$ pm. Položte $n = 1$.
2. Pomocí ručního ovládání rentgenové aparatury PHYWE změřte spektrum rentgenového záření měděné nebo molybdenové anody při napětí 35 kV. Volte skoky poloh Geiger-Müllerova počítače po 1 stupni (otáčení krystalu spřažené s goniometrem), proud 0,8 -1.0 mA. Počet fotonů zaznamenaných G.-M. počítačem v závislosti na energii nebo vlnové délce vynesete do grafu.
3. Pomocí softwarového ovládání a odečítání dat změřte spektra měděné a molybdenové anody pro urychlovací napětí 15 kV, 19 kV, 22 kV a 30 kV. Volte skoky poloh G.-M. počítače po $0,25^\circ$ nebo jemněji, nastavte nejvyšší možný proud. Označte maxima charakteristického záření pro oba materiály, spočítejte jejich energii a srovnáte je s tabulkovými hodnotami. Měření pro všechna napětí na dané anodě vynášejte do jednoho grafu v závislosti na energii nebo vlnové délce.
4. Za použití dříve naměřených spekter určete přibližně hodnotu Planckovy konstanty. Porovnejte ji s tabulkovou hodnotou.

2.1 Základní pojmy a vztahy

2.1.1 Rentgenové záření

Foton rentgenového záření vzniká při interakcích vysoce energického elektronu s anodou. Převážná část jeho kinetické energie se přemění v teplo, zbytek v samotné záření. Rozlišujeme brzdné spojité a charakteristické disktrátní záření.

Brzdné záření je vysvětlováno klasickou elektrodynamikou; při urychlování nabitě částice dochází k emisi elektromagnetického záření. Toto spojité spektrum končí energií $E_{max} = e \cdot U$.

Mnohem energičtější je záření disktrétní. Vzniká přechody mezi nejnižší položenými enegtickými hladinami obalů atomů anody. Nepozorujeme ovšem čisté čárové spektrum, podobně jako v úloze Balmerova série vodíku. Kvůli fotoefektu je ostrá hrana maxima následována kontinuem.

2.1.2 Difrakce rentgenového záření na krystalu

Index lomu difračních hranolů z obvyklých materiálů je pro rentgenové záření velmi blízký jedné, nejjemnější mechanická mřížka je pro něj stále moc hrubá. V našem experimentu použijeme krystalickou mřížku krystalu LiF. Je-li d vzdálenost dvou rovnoběžných krystalických rovin, λ vlnová délka rentgenového záření a $n \in \mathbb{Z}$, můžeme napsat podmínku k interferenčnímu zesílení jako

$$n\lambda = 2d \sin \varphi. \quad (1)$$

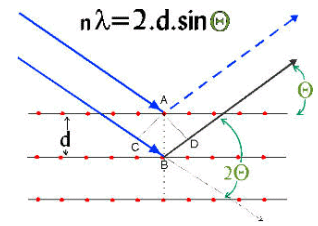
Tato podmínka je známa jako Braggův zákon.

Planckovu konstantu určíme z maximální energie, která se ještě nachází ve spojitém spektru. Z Braggovy podmínky vyjádříme úhel φ jako

$$n\lambda = 2d \sin \varphi; \quad (2)$$

$\sin \varphi$ závisí nepřímo úměrně na $1/U$. Úlohu linearizujeme. Ze znalosti směrnice a přímky $\sin \varphi = \sin \varphi(1/U)$ pomůže určit Planckovu konstantu jako

$$h = \frac{2ade}{c}. \quad (3)$$



Obrázek 1: K Braggovu vztahu

3 Experimentální uspořádání a měřicí metody

3.1 Pracovní pomůcky

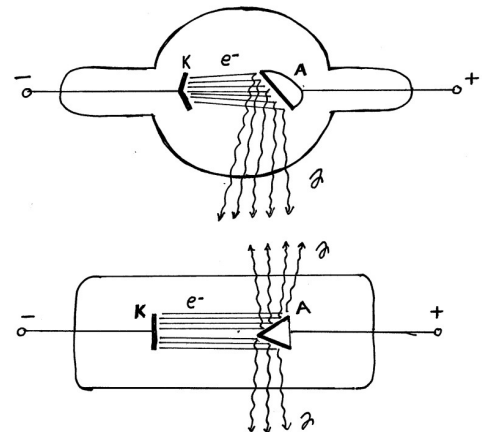
35 kV rentgen PHYWE s vyměnitelnou anodou, PC.

3.2 Pracovní postup

Schéma experimentu je znázorněno na obrázku 3. Kolimátor propouští záření v úzkém svazku na krystal LiF, Geiger-Müllerův počítač na rameni goniometru detekuje dopadnuvší fotony. Aparatura ukazuje počty impulsů za vteřinu.

Nejprve jsme pomocí ručního ovládání experimentální aparatury PHYWE měřili závislost počtu na anodu dopadnuvších fotonů za sekundu v závislosti na úhlu φ , viz obr. 3. Jelikož byla v aparatuře na začátku měření umístěna molybdenová anoda, provedli jsme měření pro ni. Nastavili jsme velikost urychlovacího napětí na 35 kV a proud na 0,8 mA. Měnili jsme úhel φ po stupni a zapisovali naměřený počet částic. V okolí naměřených peaků jsme provedli měření i pro další hodnoty úhlu.

Automatické měření probíhá analogicky, počítačem ovládaná aparatura prováděla stejný postup jako experimentátoři. Úhlové rozlišení jsme nastavili na 12' a intergační dobu na 1,8 s. Pro molybdenovou i měděnou anodu proběhlo po čtyřech měřeních.



Obrázek 2: Schéma rentgenky. Proud elektronů je urychlován z katody na anodu; na anodě vzniká rentgenové záření γ

4 Experimentální data

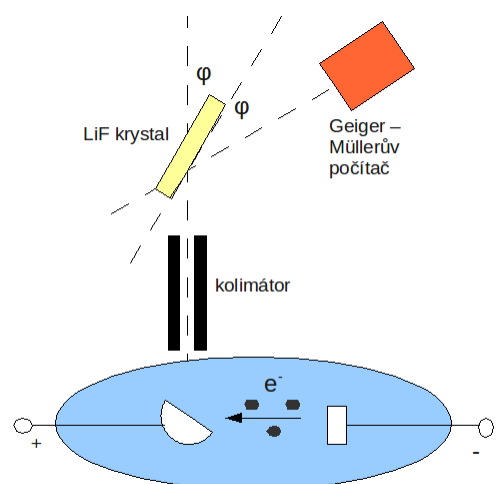
4.1 Úkoly z přípravy

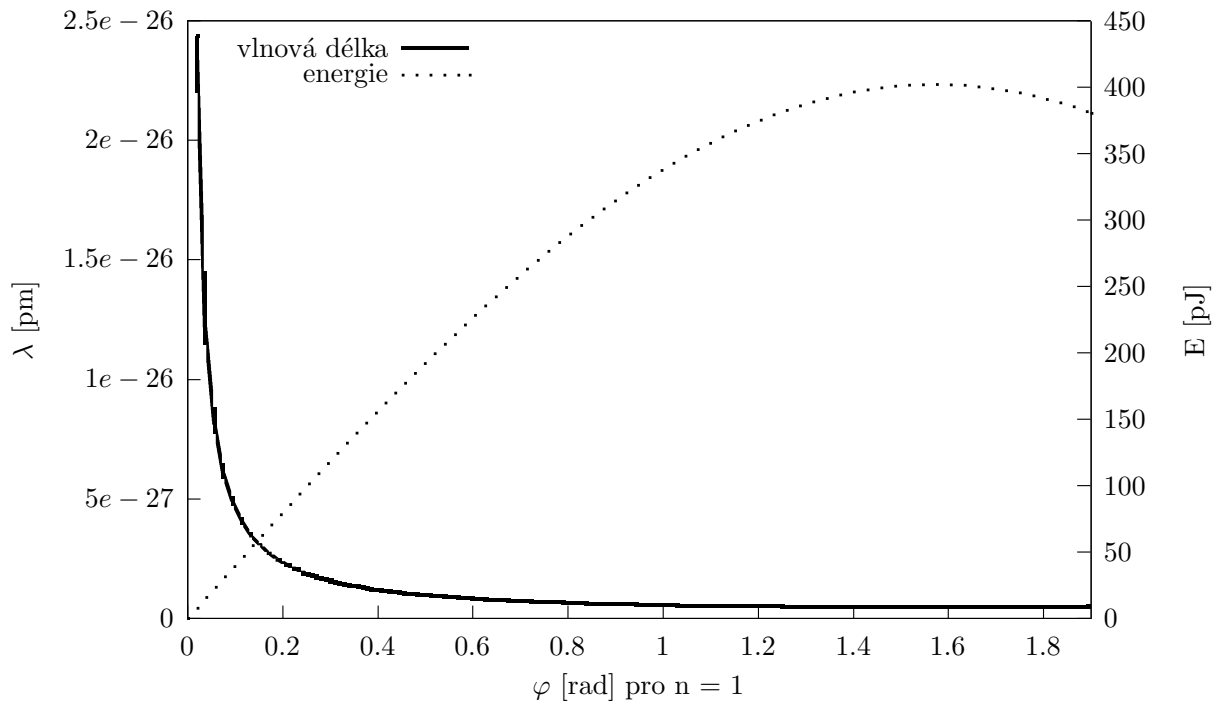
Energie, resp. vlnová délka rentgenového záření závisí na úhlu φ vztahy

$$E = \frac{nhc}{2d \sin \varphi}, \quad (4)$$

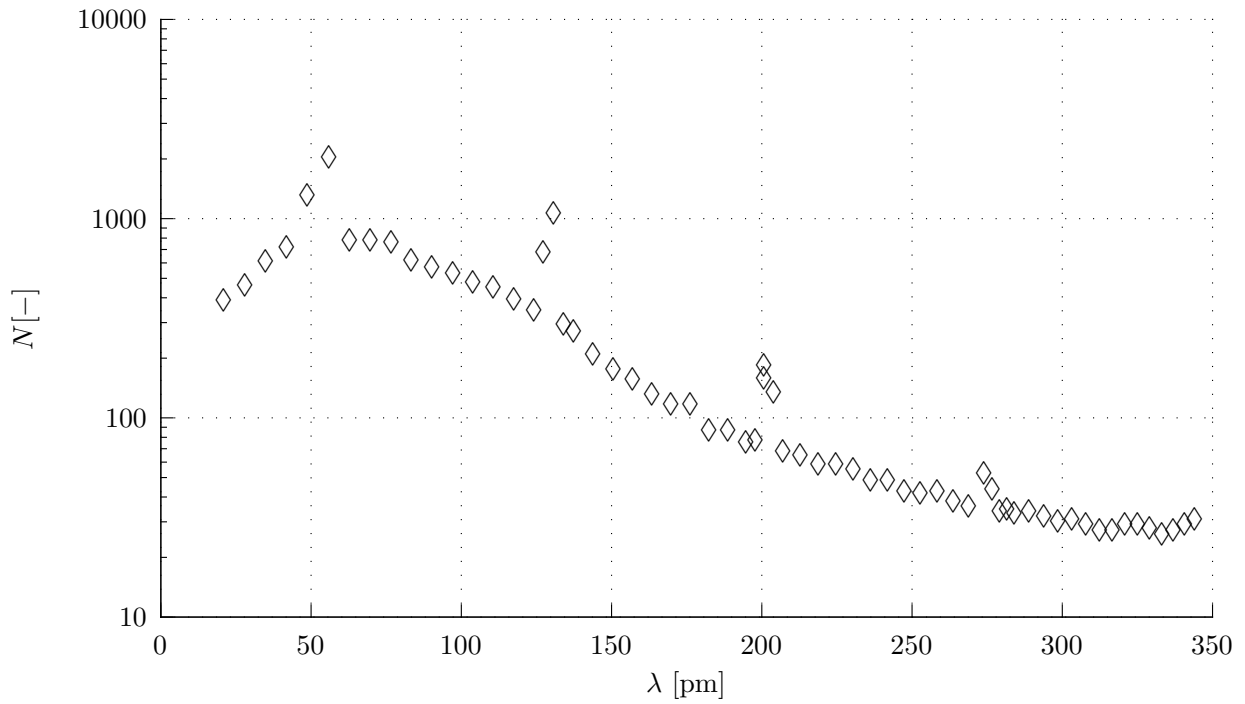
$$\lambda = \frac{2d \sin \varphi}{n}. \quad (5)$$

Grafy těchto závislostí jsou na obrázku 1.





Graf 1: Závislost vlnové délky a energie na úhlu φ



Graf 2: Rentgenové spektrum molybdenové anody. Četnost impulsů v závislosti na vlnové délce záření, ruční měření.

4.2 Ruční měření

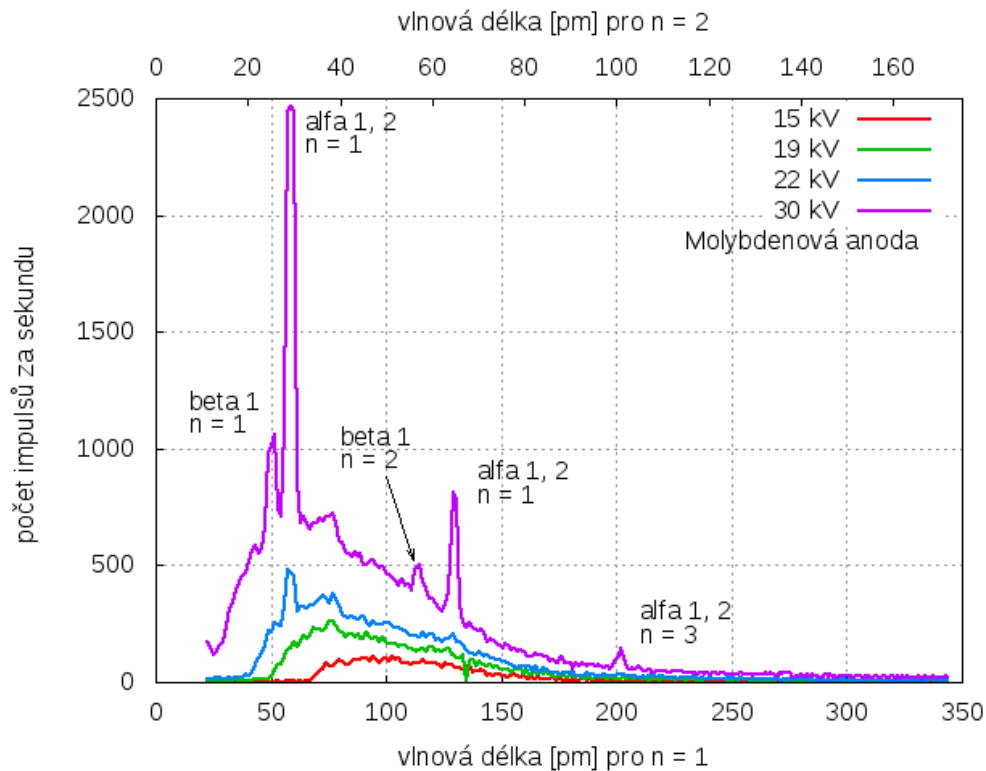
Ruční měření pro molybdenovou anodu je vyneseno na grafu 2. Urychlovací napětí bylo nastaveno na 35 kV, odečítali jsme hodnoty četnosti impulsů po stupních, v okolí peaků i častěji.

4.3 Počítačem řízené měření

Nastavení experimentu bylo následující:

- $\varphi \in (2^\circ; 58,8^\circ)$
- Úhlové rozlišení: $0,2^\circ$
- Integrační doba: 1,8 s
- Urychlovací napětí: 15, 19, 22, 30 kV.

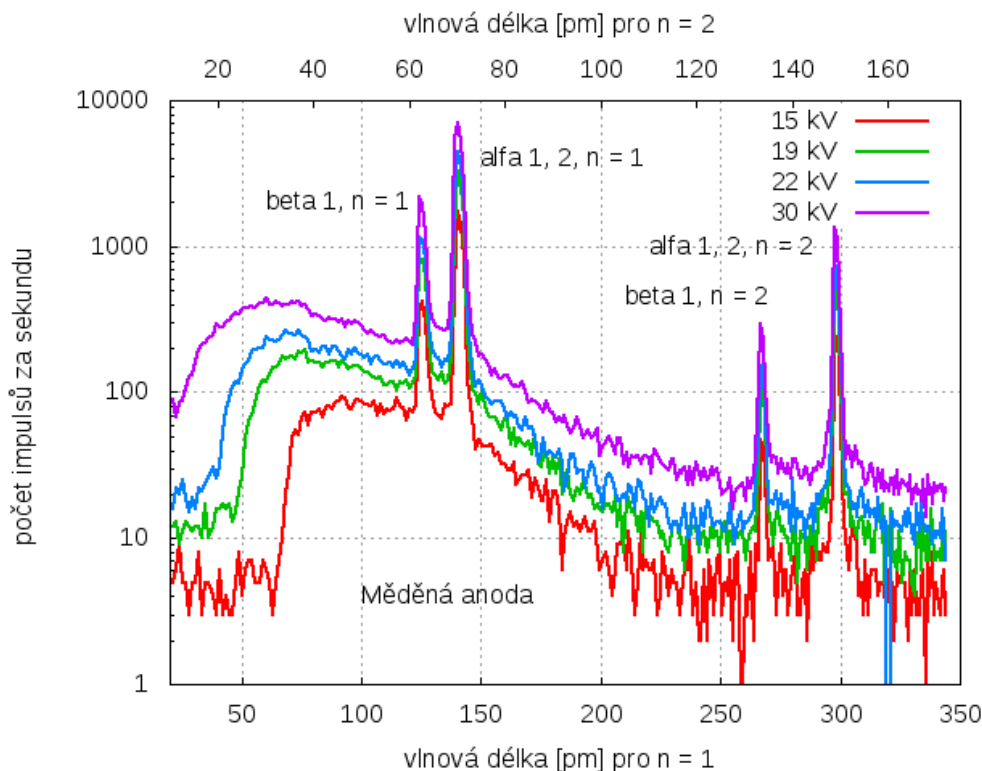
Grafy 3 a 4 ukazují závislosti četnosti impulsů na vlnové délce. V grafu jsou popisky přiřazující jednotlivým peakům typy a řády přechodů do energetické slupky K. Graf 4 pro měděnou anodu je pro četnost impulsů škálován logaritmicky. Maxima charakteristického záření jsou uvedena v spolu s řáda a typy přechodů jsou uvedeny v tabulce 1.



Graf 3: Závislost četnosti impulsů na vlnové délce záření pro molybdenovou anodu, počítačem řízené měření

Typ přechodu	řád	Mo			Cu		
		E_{tab} [keV]	φ [°]	E_{exp} [keV]	E_{tab} [keV]	φ °	E_{exp} [keV]
$K_{\beta 1}$	1	19,610	9,2	18,2	8,906	18,0	9,42
$K_{\alpha 1} + K_{\alpha 2}$	1	17,429	10,4	16,12	8,037	20,4	8,35
$K_{\beta 1}$	2	19,610	18,1	18,73	8,906	41,6	8,77
$K_{\alpha 1} + K_{\alpha 2}$	2	17,429	20,4	16,7	8,037	47,8	7,86
$K_{\alpha 1} + K_{\alpha 2}$	3	17,430	31,0	16,95			

Tabulka 1: Charekteristická maxima rentgenového záření, jejich energie, srovnání s tabulkovými hodnotami



Graf 4: Závislost četnosti impulsů na vlnové délce záření pro měděnou anodu, počítačem řízené měření

4.4 Určení Planckovy konstanty

K určení Planckovy konstanty bylo nutno zjistit maximální úhel φ_{max} , na kterém brzdné spektrum končí. Při tomto úhlu ale také známe energii urychleného elektronu, $E_{max} = eU$. Závislost četnosti impulsů na úhlu φ na grafech 5 a 6 ukazuje náběhové hrany pro obě anody, počátek prudšího stoupání je na hodnotě φ_{max} .

	U [kV]	φ [°]	$\frac{1}{U}$ [$\frac{1000}{kV}$]	$\sin \varphi$ [-]
Cu	15	9,27	66,7	0,161
Cu	19	6,8	52,6	0,118
Cu	22	5,14	45,5	0,090
Cu	30	3,14	33,3	0,055
Mo	15	9,66	66,7	0,168
Mo	19	7,05	52,6	0,123
Mo	22	5,33	45,5	0,093
Mo	30	3,2	33,3	0,056

Tabulka 2: Náběhové hrany spojitých spekter, data pro určení Planckovy konstanty

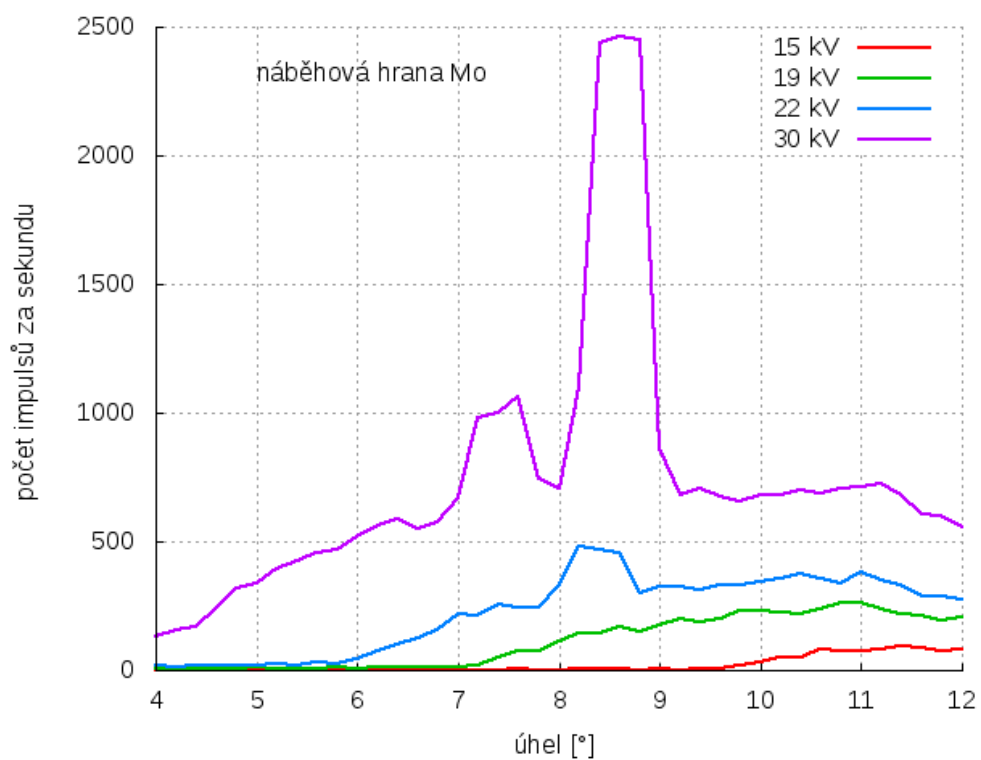
Závislost $\sin \varphi$ na recipročné hodnotě urychlovacího napětí je v grafu 7, potřebná data v tabulce 2. Tuto závislost jsem proložil funkcí $y(x) = a \cdot x$, program Gnuplot tuto konstantu nařítval jako $a = (2242 \pm 101)$. Po dosazení do vztahu 3 vychází Planckova konstanta jako $h_{exp} = (9,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-34} J \cdot s^{-1}$. S tabulkovou hodnotou $h_{tab} = 6,26 \cdot 10^{-34} J \cdot s^{-1}$ souhlasí tedy pouze řádově.

5 Diskuse

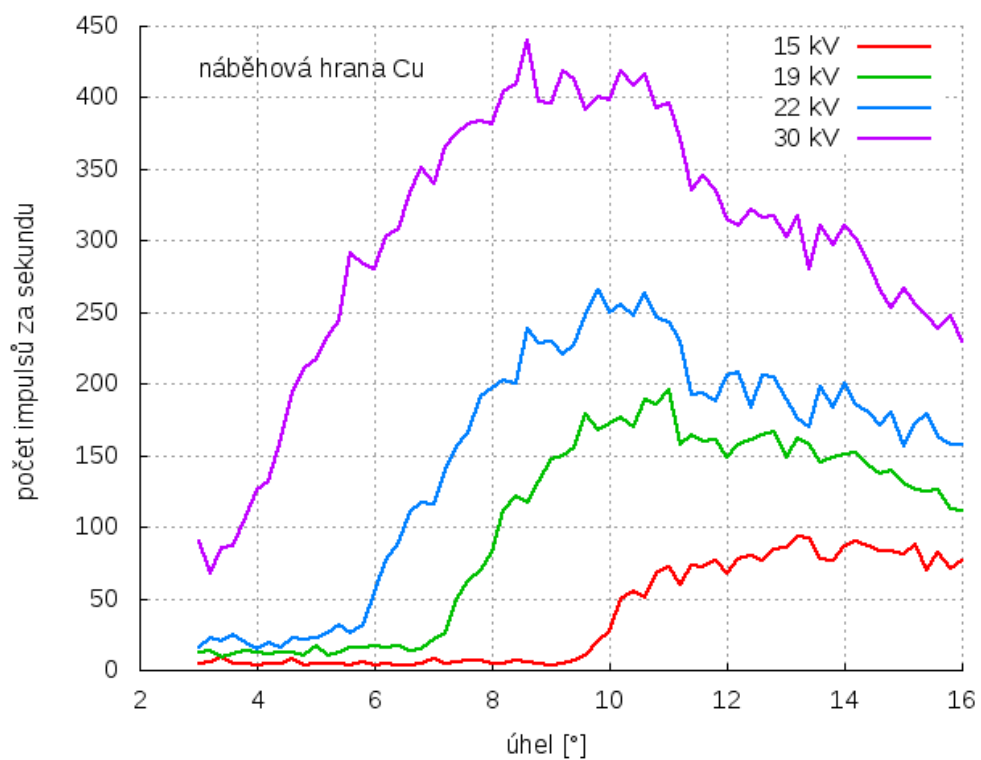
V domácí přípravě jsme se důkladně seznámili se závislostí energie a vlnové délky na úhlu rozptylu na krystalu fluoridu lithného.

Při manuálním měření závislosti četnosti záblesků na úhlu rozptylu na krystalu LiF jsme pro zvýšení přesnosti měření proměřili v okolí peaků více hodnot.

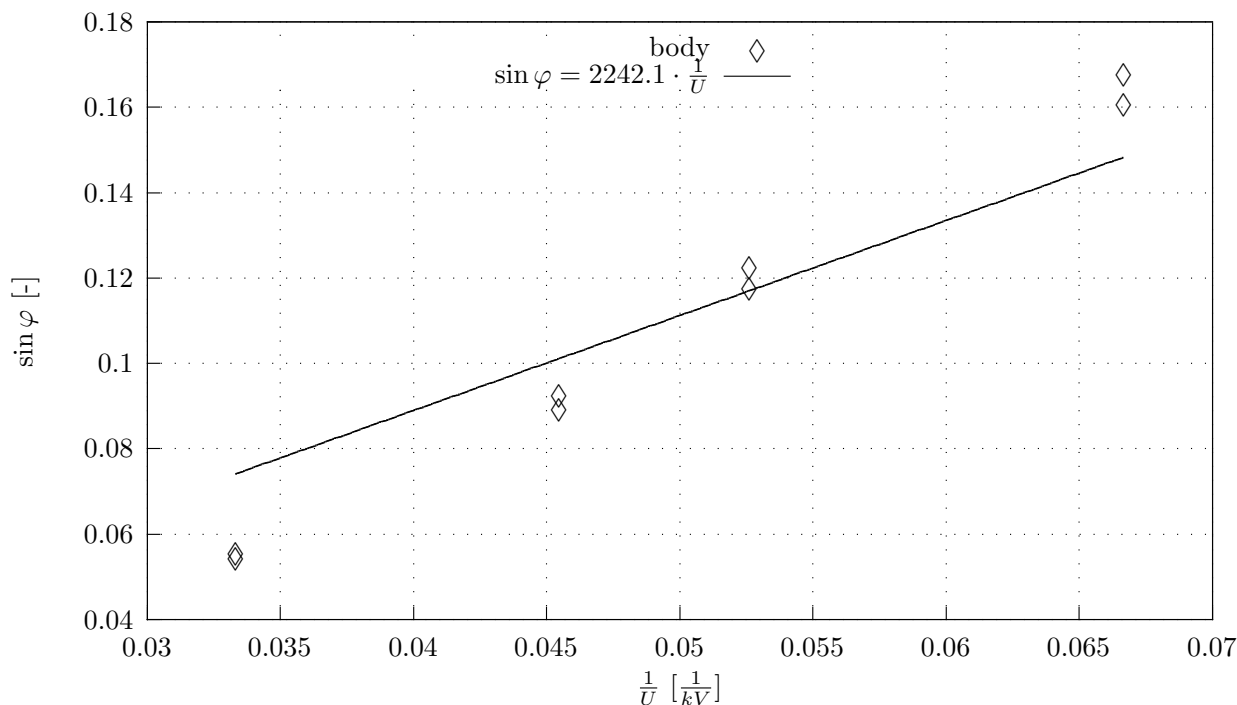
Maxima charakteristického záření nám vyšly menší než tabulkové hodnoty vždy u molybdenové anody a s jednou výjimkou i u měděné anody. Dále při určování φ_{max} , resp. E_{max} bylo sporné odečítání maximální



Graf 5: Náběhová hrana, molybdenová anoda



Graf 6: Náběhová hrana, měděná anoda



Graf 7: K určení Planckovy konstanty, závislost sinu úhlu φ na recipročné hodnotě napětí.

energie úhlu, ve kterém spektrum končí. Tyto dva poznatky ukazují na pravděpodobnou systematickou chybu, které jsme se museli dopustit při měření.

Osobně si myslím, že tato chyba bude v měřicí aparatuře, pravděpodobně nesouhlasí skutečný úhel, pod kterým měření probá s velikostí úhlem který přístroj zapisuje do výstupu.

Tato systematická chyba ovlivnila i výpočet Planckovy konstanty. Je ale potěšitelné, že přes všechny těžkosti souhlasí naměřená hodnota s tabulkovou hodnotou alespoň řádově. K výpočtu Planckovy konstanty je třeba dodat, že různým upravováním naměřených hodnot s cílem redukovat systematickou chybu bych byl schopen nějak vypočítat hodnotu h blíže tabulkové hodnotě. Kdybych prokládal závislost $\sin \varphi = \sin \varphi(1/U)$ vztahem $y(x) = k * x + q$, dostal bych Planckovu konstantu zase o třetinu větší.

Celkově je nutné prohlásit, že pro identifikaci systematické chyby a několikanásobným opětovným přeměření bychom mohli brát výsledky vážně. Výsledky našeho měření nemají tedy žádnou vypovídající hodnotu, určení řádově určení Planckovy konstanty je tedy vzhledem k průběhu poměrně dobrý výsledek

6 Závěr

V domácí přípravě jsme odvodili závislosti $E = E(\varphi)$ a $\lambda = \lambda(\varphi)$ a vykreslili tyto závislosti do grafu 1.

Pomocí ručního ovládání rentgenové aparatury PHYWE jsme změřili spektrum rentgenového záření molybdenové anody na krystalu fluoridu lithého při urychlovacím napětí 35 kV. Počet fotonů zaznamenaný G.-M. počítačem za sekundu v závislosti na vlnové délce dopadajícího záření je na grafu 2.

Pomocí softwarového ovládání a odečítání dat jsme změřili spektra měděné a molybdenové anody pro urychlovací napětí 15 kV, 19 kV, 22 kV a 30 kV. Energie maxim charakteristického záření skoro vždy vyšly menší, než jsou tabulkové hodnoty. Výsledky jsme pro obě anody graficky zpracovali.

Za použití dříve naměřených spekter jsme určili Planckovu konstantu na $h_{exp} = (9,6 \pm 0,5) \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$. S tabulkovou $h_{tab} = 6,26 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$ souhlasí pouze řádově.

Měření bylo pravděpodobně ovlivněno systematickou chybou.

Reference

- [1] BROŽ, J.: *Základy fyzikálních měření I* SPN, Praha, 1983
- [2] FJFI ČVUT, *Studium rentgenového spektra Mo anody* [online], [cit. 17. března 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/MoAnoda/>

- [3] FJFI ČVUT, *Chyby měření a zpracování naměřených výsledků* [online],
[cit. 4. března 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/ProvPokyny/chybynav/CHYBY1n.pdf>
- [4] MACHÁČEK M. :*Matematické, fyzikální a chemické tabulky* Prometheus, Praha, 2005,
ISBN 80-7196-264-3